

MMIM : Modèles mathématiques pour l'informatique musicale

Partie I : Informatique théorique

Marc Chemillier

Cette partie sera notée sur la moitié de la note finale. Tous les documents sont autorisés. Durée complète de l'épreuve (comportant deux parties) : 2 heures.

Question 1

On considère le mot infini périodique suivant sur $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$:

0 4 1 2 1 0 2 3 2 1 3 4 3 2 4 0 4 3 0

1a- Calculer son mot dérivé. Ce mot est-il redondant au sens vu en cours ?

1b- Quelle est sa période ? Que peut-on en conclure concernant la propriété de redondance ?

Question 2

2a- La formule rythmique 33322332322 vérifie la propriété de l'imparité. Déterminer le mot sur l'alphabet $\{a, b\}$ correspondant à la suite de transformations qui permet de construire cette formule.

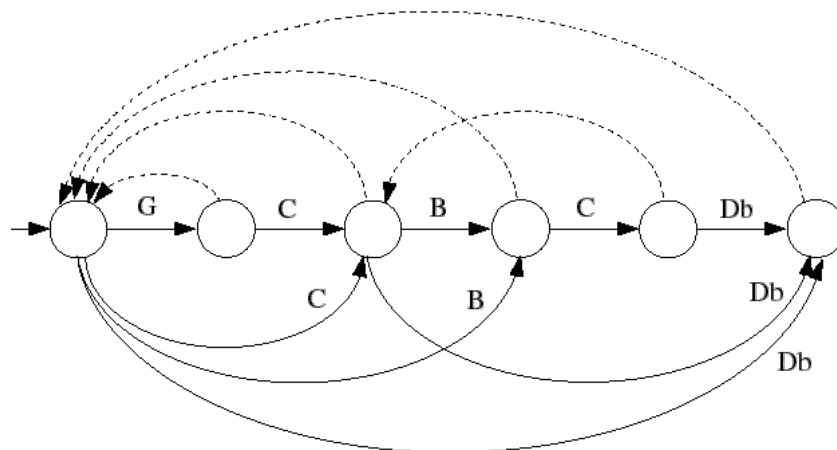
2b- Même question pour 22332322333.

2c- Quelle relation existe entre ces deux formules rythmiques ? Même question pour les mots sur $\{a, b\}$ correspondants.

Question 3

L'automate ci-après est l'oracle des facteurs correspondant à ce fragment du thème *Donna Lee* de Charlie Parker (en notation anglo-saxonne) :

G C B C Db



3a- Compléter l'oracle en rajoutant les deux notes suivantes : D Db

3a- Dans le cas général, si un mot u n'est pas facteur d'un mot x , que peut-on dire des mots v qui ont u comme facteur ? Expliquer.

3c- Donner tous les mots reconnus par l'oracle qui ne sont pas facteur de l'extrait de thème ci-dessus, mais dont tous les facteurs le sont. Quels sont les autres mots non reconnus par l'oracle ?

Réponse1a = 1

4 2 1 4 4 2 1 4 4 2 1 4 4 2 1 4 4 2 0

non redondant, car le mot dérivé est de période 19

Réponse1b = 1

période 19

ne peut pas être redondant car 19 est premier (la période du mot dérivé divise celle du mot)

Réponse2a = 1

$(33322, 332322) = aababbbb(e, e)$

Réponse2b = 1

Il faut permuter les deux facteurs : $(22333, 223323) = bbbbaaba(e, e)$

Réponse2c = 1

Les formules rythmiques sont des permutations circulaires l'une de l'autre :

33322332322

22332322333

Il en est de même des mots sur $\{a, b\}$:

aababbbb

bbbbaaba

Réponse3b = 2

Tout mot v contenant u comme facteur ne peut être facteur de x

Réponse3c = 2

Mot non facteur dont tous les facteurs sont facteurs du thème : G C Db

Autres mots non facteurs du thème : G C Db D, et G C Db D Db