

MMIM : Modèles mathématiques pour l'informatique musicale

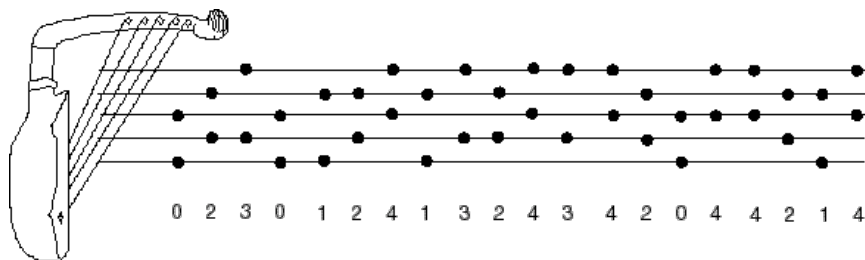
Partie I : Informatique théorique

Marc Chemillier

Cette partie sera notée sur la moitié de la note finale. Tous les documents sont autorisés. Durée complète de l'épreuve (comportant deux parties) : 2 heures.

Question 1

On considère la formule de harpe « théorique » suivante (non attestée dans le répertoire) :



1a- Montrer que c'est un canon en traçant les deux lignes mélodiques. Quelle est la distance du canon ? Combien d'erreurs comporte-t-il ? Le nombre d'erreurs suit-il la règle indiquée en cours par rapport à la période et à la distance du canon ? Donner les cycles du canon (suites de couples à distance du canon) et vérifier qu'ils sont bien des chemins dans le graphe associé ?

1b- Calculer le mot dérivé. Quelle est sa période ? La séquence initiale est-elle redondante au sens vu en cours ? Justifier la réponse par rapport à la décomposition en cycles ci-dessus.

1c- La partie reproductible de la formule de harpe ci-dessus est :

0 0 3 1 3 2 2 1 4 4 4 1 4 3 2 4 2 2 2 1

(elle se reproduit au bout de 20 dérivations).

En déduire sa partie réductible. Quelle est sa période ? Combien faut-il de dérivations pour qu'elle devienne nulle ?

Question 2

On considère la séquence de codes midi suivante (début de la Badinerie de la *Suite n° 2 en si mineur* de Bach) :

83 86 83 78 83 78 74 78 74 71

2a- Calculer et tracer l'automate correspondant à l'oracle des suffixes pour cette séquence. On numérottera les états à partir de 0. Les étiquettes des transitions sont des codes midi.

2b- Donner au moins une séquence reconnue par l'oracle qui n'est pas suffixe de l'extrait donné au départ.

2c- Donner un chemin dans l'oracle, avec passages éventuels par des liens suffixiels, permettant de générer la séquence suivante, en indiquant la suite d'états :

83 86 83 78 83 86 83 78 74 78 74 71 74 71

Énoncer une condition simple pour qu'une séquence générée par ce moyen utilise nécessairement au moins un lien suffixiel.

Réponse1a = 4 = 1 + 1 + 2

0 2 3 0 1 2 4 1 3 2 4 3 4 2 0 4 4 2 1 4

cycles :

0 1 3 4 4

2 2 2 2 2

3 4 4 0 1

0 1 3 4 4

Le deuxième cycle est trivial, donc le nombre d'erreurs est 3.

Réponse1b = 3 = 1,5 + 1,5

2 1 2 1 1 2 2 2 4 2 4 1 3 3 4 0 3 4 3 1

période = 20

non redondant

Réponse1c = 4 = 2 + 1 + 1

Partie réductible (période 5) :

0 2 0 4 3

2 3 4 4 2

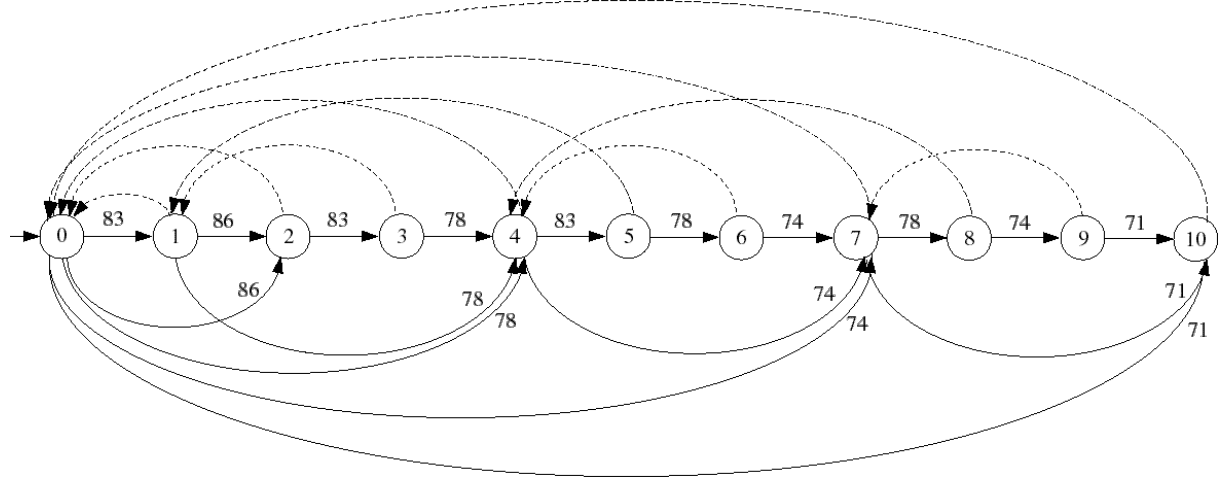
1 1 0 3 0

0 4 3 2 1

4 4 4 4 4

0 0 0 0 0

Réponse2a = 4



Réponse2b = 2

83 86 83 78 74 71 est reconnu (0 -> 1 -> 2 -> 3 -> 4 -> 7 -> 10) mais n'est pas suffixe.

Réponse2c = 3 = 1,5 + 1,5

Chemin : 0 -> 1 -> 2 -> 3 -> 4 -> 5=1 -> 2 -> 3 -> 4 -> 7 -> 10=0 -> 7 -> 10

(liens suffixiels notés =)

Tout mot u ne longueur $> n$ où n est la longueur de la séquence initiale ne peut être engendré que si on utilise les liens suffixiels.