

MMIM : Modèles mathématiques pour l'informatique musicale

Partie I : Informatique théorique

Marc Chemillier

Cette partie sera rédigée sur une copie à part. Elle est notée sur la moitié de la note finale. Tous les documents sont autorisés. Durée complète de l'épreuve (comportant deux parties) : 2 heures.

Question 1

On considère le rythme $u = 1001001010101001001010100100$.

1a- Donner le mot de Lyndon correspondant, ainsi que la factorisation de u en suite de mots de Lyndon décroissante pour l'ordre alphabétique.

1b- Soit la pulsation $p = 2$. Calculer pour toutes les rotations v de u le nombre de facteurs commençant par 1 dans la factorisation de v en mots de longueur p . Que peut-on en conclure sur le fait que u vérifie ou non la propriété d'imparité rythmique ?

Question 2

2a- Calculer l'oracle des facteurs du mot $u = cababc$.

2b- Donner le mot obtenu dans le parcours suivant des états de l'oracle qui passe par des liens suffixiels : 0 3 6 1 2 3 4 5 3 4 5 6. Indiquer les facteurs prélevés dans u , et mettre entre parenthèses le début de chaque facteur qui chevauche le facteur précédent.

Question 3

On considère le langage $L = \{cba, bba, bbb, abb, cbb, aba\}$.

3a- Calculer les ensembles $u^{-1}L$ associés à ce langage.

3b- En déduire un automate reconnaissant L , et montrer que L se factorise comme un jeu de dés musicaux.

Réponse1a = 1 + 2 points = 3

0010010010010101010010010101

$u = (1)(001001010101)(0010010101)(001)(0)(0)$

N.B. Lyndon \Rightarrow primitif

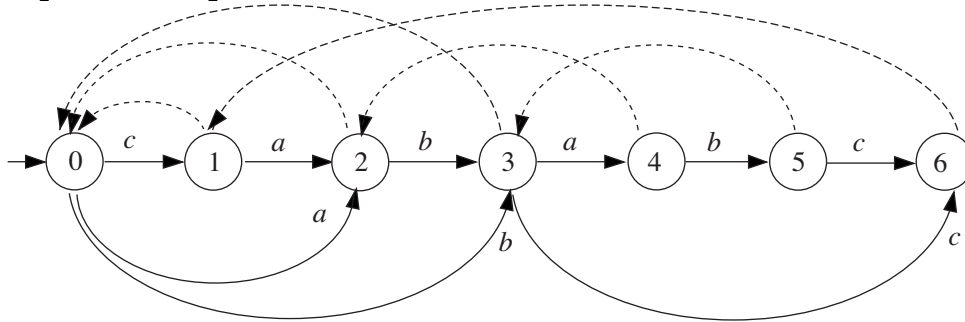
Réponse1b = 2 + 2 + 2 points = 6

1^{ère} rotation = (10)(01)(00)(10)(10)(10)(10)(01)(00)(10)(10)(10)(01)(00) \rightarrow 8 facteurs

2^{ème} rotation = (00)(10)(01)(01)(01)(01)(00)(10)(01)(01)(01)(00)(10)(01) \rightarrow 3 facteurs

1^{ère} rotation : plus de la moitié des facteurs commencent par 1 \Rightarrow pas impair rythmiquement.

Réponse2a = 3 points = 3



Réponse2b = 1 + 2 points = 3

0 3 6 : bc

1 2 3 4 5 : (c)abab

3 4 5 6 : (ab)abc

Réponse3a = 3 points = 3

$a^{-1}L = b^{-1}L = c^{-1}L = \{ba, bb\}$

$b^{-1}\{bb, ba\} = \{b, a\}$

$a^{-1}\{b, a\} = b^{-1}\{b, a\} = \{\epsilon\}$

Réponse3b = 2 points = 2

quatre états : 0 = L, 1 = {ba, bb}, 2 = {b, a}, 3 = { ϵ }

$L = \{a, b, c\}\{b\}\{a, b\}$

