La preuve dans la divination à Madagascar
Marc Chemillier, 13 décembre 2012

La notion de preuve dans la pratique de la divination peut s'entendre de deux points de vue très différents. Tout d'abord, en tant que système de prédiction, la divination est confrontée à la réalité des faits qu'elle est censée prédire. Si les faits contredisent les prédictions, cela constitue une preuve *a contrario* de l'incapacité des devins à prédire l'avenir, et l'on peut de demander dans ce cas pourquoi les gens continuent de leur faire confiance. Ensuite, la preuve intervient également d'un point de vue plus abstrait dans le fait que les techniques utilisées dans la divination sont souvent des système axiomatisés, dont les devins s'efforcent d'explorer les propriétés formelles, ce qui permet de rattacher cette activité au champ d'étude de l'ethnomathématique.

On proposera tout d'abord une brève description du système de divination en usage à Madagascar. Puis on montrera comment différents types de preuves au sens formel peuvent être attestés dans les savoirs traditionnels développés par les devins à propos de leur système divinatoire. Enfin on envisagera la question de la croyance en l'efficacité de la prédiction des devins.

1) Le système axiomatique de la divination malgache

La divination malgache dérive de la géomancie d'origine arabe. Elle fonde ses prédictions sur des tableaux de graines disposées sur le sol dont chaque élément contient une ou deux graines (Figure 1). Ces tableaux sont construits selon des règles axiomatiques précises. La partie supérieure est une matrice de quatre lignes et de quatre colonnes dont le contenu est tiré au hasard. Les composantes de cette matrice qui sont pertinentes pour la divination sont ses lignes et ses colonnes. Elles forment les « figures » de la divination sur lesquelles le devin va fonder ses prédictions. Les lignes sont lues de droite à gauche, par exemple la figure apparaissant dans la première ligne est (2, 2, 1, 1).

La partie inférieure du tableau est une série de huit colonnes supplémentaires de quatre éléments chacune, qui forment de nouvelles « figures », et qui sont déduites de la matrice supérieure selon des règles de calcul précises.

Figure 1 : Un tableau de divination

Compte-tenu du sens de lecture des lignes de droite à gauche, on peut noter la matrice supérieure *M* de la manière suivante :

$$\begin{array}{cccc} a_{14} & a_{13} & a_{12} & a_{11} \\ a_{24} & a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{34} & a_{33} & a_{32} & a_{31} \\ a_{44} & a_{43} & a_{42} & a_{41} \end{array}$$

Les quatre colonnes de M sont notées de P_1 à P_4 et sont numérotées en commençant par celle de droite :

$$P_1(M) = (a_{11}, a_{21}, a_{31}, a_{41})$$
$$P_2(M) = (a_{12}, a_{22}, a_{32}, a_{42})$$
$$P_3(M) = (a_{13}, a_{23}, a_{33}, a_{43})$$
$$P_4(M) = (a_{14}, a_{24}, a_{34}, a_{44})$$

Les quatre lignes de M sont notées de P_5 à P_8 et sont lues de droite à gauche :

$$P_5(M) = (a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{41})$$
$$P_6(M) = (a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24})$$
$$P_7(M) = (a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{34})$$
$$P_8(M) = (a_{41}, a_{42}, a_{43}, a_{44})$$

La règle de calcul permettant de construire les huits figures inférieures notées de gauche à droite P_9, P_{10}, … P_{16} est celle du groupe à deux éléments $\mathbf{Z}/2\mathbf{Z}$. L'opération de combinaison des figures est donc celle du groupe produit $(\mathbf{Z}/2\mathbf{Z})^4$. Les figures inférieures s'obtiennent à partir des lignes et colonnes supérieures en plusieurs générations successives, et elles sont construites dans l'ordre précis suivant :

$$P_{15}(M) = P_1(M) + P_2(M)$$
$$P_{13}(M) = P_3(M) + P_4(M)$$
$$P_{14}(M) = P_{13}(M) + P_{15}(M)$$
$$P_{11}(M) = P_5(M) + P_6(M)$$
$$P_9(M) = P_7(M) + P_8(M)$$
$$P_{10}(M) = P_9(M) + P_{11}(M)$$
$$P_{12}(M) = P_{10}(M) + P_{14}(M)$$
$$P_{16}(M) = P_{12}(M) + P_1(M)$$

Par exemple, dans le tableau de la Figure 1, la figure $P_{16}(M)$ est égale à (2, 2, 1, 1).

La prédiction du devin s'appuie sur les figures apparaissant dans les différentes lignes et colonnes ci-dessus. Un principe d'interprétation des tableaux est qu'une figure ayant un nombre pair de graines, qu'on appelle prince (*mpanjaka*), est plus forte qu'une figure ayant un nombre impair de graines, appelée esclave (*andevo*). Par exemple, si la consultation concerne un problème de santé, la procédure sera la suivante. Le devin identifie son client à la colonne située en haut à droite du tableau, soit $P_1(M) = (2, 2, 1, 1)$. Il calcule ensuite la maladie en combinant dans sa tête cette figure avec la colonne située en bas à gauche, soit $P_1(M) + P_9(M) = (2, 2, 2, 2)$. Dans le cas présent, la maladie est un prince, mais le consultant en est un également, donc la lutte est équilibrée et son diagnostique sera plutôt optimiste.

2) Deux types de preuves formelles concernant le système divinatoire

a) Preuve par inventaire exhaustif de cas

L'étude ethnomathématique de la divination se heurte au fait que les devins parlent peu de leur technique, et si l'on essaie de leur en faire parler, il est très difficile d'isoler ses aspects proprement logiques dans la mesure où pour eux, il n'y a pas de séparation entre ce plan logique et les autres dimensions cosmologiques ou sociales liées à leur pratique.

L'une des premières questions que l'on s'est efforcé de résoudre dans l'enquête ethnomathématique sur la divination malgache est de savoir si les devins sont conscients que la classification des figures en prince ou esclave est fondée sur un critère arithmétique (parité du nombre de graines). Mais les questions du type « comment fais-tu pour distinguer les princes des esclaves ? » appellent toujours des réponses du type « cela vient des ancêtres, de la tradition ». Pourtant, le critère purement arithmétique de cette classification nous a été donné un jour de façon inattendue par un devin qui a procédé de la manière suivante. Il a placé les huit figures prince les unes à côté des autres, et il a fait glisser toutes les graines isolées de manière à les apparier avec une autre graine de la même figure. Les prince ayant un nombre pair de graines, il ne restait aucune graine isolée et toutes les figures se réduisaient à un ensemble de couples. La procédure appliquée à chaque figure (groupement des graines par couples) revient à faire une division par 2 du nombre de graines. La démonstration du devin consitait donc à montrer que pour toutes les figures appelées prince, la division par deux du nombre de graine donne un reste nul, donc que ce nombre est pair.

Cette preuve s'appuyait sur un inventaire exhaustif des cas, le devin ayant appliqué la même procédure à la totalité de l'ensemble des huit figures prince après les avoir toutes disposées sur la natte. Une telle preuve est utilisable lorsque le nombre d'items concernés reste faible. C'est le cas pour les figures de la divination malgache, puisque le nombre total de figures possibles est égal à seize, les figures étant des quadruplets dont les éléments ne peuvent prendre que deux valeurs, un ou deux. Ainsi toute proposition portant sur l'ensemble de ces figures, ou sur un sous-ensemble comme celui des figures prince, peut faire l'objet d'une preuve par inventaire exhausif de cas. Il en va tout autrement pour les propositions portant sur l'ensemble de tous les tableaux de divination possibles. Ceux-ci ne dépendent que de la matrice supérieure, qui comporte seize élements dont le contenu est arbitraire et qui ne peuvent prendre que deux valeurs, un ou deux. Il en résulte que le nombre total de tableaux possibles est $2^{16} = 65.536$. C'est un nombre qui permet un parcours des items de façon très rapide avec un ordinateur, mais qui ne permet pas de les énumérer à la main. Pourtant, les devins énoncent des propriétés à propos de l'ensemble de tous les tableaux possibles. Bien que l'on n'ait pas à l'heure actuelle de certitudes sur la nature des preuves qu'ils peuvent utiliser, le cas échéant, pour ce type de propositions, on peut faire un certain nombre d'hypothèses d'après les observations rassemblées ci-après.

b) Preuve par conservation de certains éléments

Il est apparu au cours de l'enquête que les devins sont capables de déterminer les figures inférieures du tableau par un calcul strictement mental, sans les matérialiser avec les graines. Or comme on l'a vu, les figures forment des générations successives et dépendent les unes des autres. Par exemple, P_{16} s'obtient en faisant le calcul $P_{12} + P_1$ dans lequel P_{12} est obtenu en faisant le calcul $P_{12} = P_{10} + P_{14}$, et ainsi de suite. L'enquête a montré que les devins changent parfois l'ordre de calcul des figures inférieures, en faisant dépendre ces figures non pas de figures précédemment calculées, mais directement des figures de la matrice supérieure. Cela revient à prendre en compte certaines propriété de conservation, c'est-à-dire le fait qu'un même élément puisse être obtenu de deux façons différentes. D'un point de vue formel, cela conduit à introduire l'idée de « simplification algébrique ».

Si l'on note $s_k(M)$ la somme des éléments de $P_k(M)$, on peut établir les simplifications suivantes :

$$P_{14} = P_{13} + P_{15} = (P_3 + P_4) + (P_1 + P_2) = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = (s_5, s_6, s_7, s_8)$$

$$P_{10} = P_9 + P_{11} = (P_7 + P_8) + (P_5 + P_6) = P_5 + P_6 + P_7 + P_8 = (s_1, s_2, s_3, s_4)$$
$$P_{12} = P_{10} + P_{14} = (s_1 + s_5, s_2 + s_6, s_3 + s_7, s_4 + s_8)$$

Ces transformations algébriques, qui montrent qu'une même colonne inférieure peut s'obtenir de deux manières différentes, ont la particularité de ramener le calcul de ces colonnes directement à partir des sommes des lignes et colonnes de la matrice supérieure, sans passer par le calcul de colonnes inférieures intermédiaires. Le fait que les devins puissent effectuer de tête le calcul de la partie inférieure du tableau s'explique sans doute par des manipulations de ce type. Elles constituent un nouveau genre de preuve où l'égalité de deux objets résulte d'une série de transformations successives qui laissent ces objets invariants. Il est possible que de telles preuves soient utilisées par les devins pour démontrer d'autres propriétés s'appliquant à tous les tableaux.

Par exemple, les devins connaissent et utilisent dans leur pratique une propriété remarquable des tableaux selon laquelle la figure en position P_{12} est nécessairement un prince. Nous n'avons jamais pu obtenir de la part des devins une justification formelle de cette propriété, mais l'on peut penser qu'une preuve par transformations successives pourrait être utilisée, comme ils le font pour calculer les figures inférieures du tableau. En effet, en poursuivant le calcul précédent, on a :

$$\begin{aligned} s_{12} &= (s_1 + s_5) + (s_2 + s_6) + (s_3 + s_7) + (s_4 + s_8) \\ &= (s_1 + s_2 + s_3 + s_4) + (s_5 + s_6 + s_7 + s_8) \\ &= \textstyle\sum_{i,j\leq 4} a_{ij} + \sum_{i,j\leq 4} a_{ij} = 0 \end{aligned}$$

Dans la somme s_{12}, chaque élément de la matrice supérieure est compté deux fois. Or dans le groupe à deux éléments, chaque élément est son propre inverse, donc la somme donne 0 et ceci est une condition nécessaire et suffisante pour que la colonne en position P_{12} ait un nombre pair de graines.

3) La croyance en l'efficacité de la prédiction des devins

Un point de vue complètement différent sur la notion de preuve dans la divination consiste à s'interroger sur les raisons qui conduisent les gens à croire que les prédictions des devins sont vraies. D'un point de vue logique, le seul cas qui constitue une preuve au sens strict est celui où un événement prédit par le devin ne se produit pas. Dans ce cas, la proposition « tout événement prédit par le devin se produit effectivement » est démontrée comme étant fausse puisqu'on a fait apparaître un contrexemple. En réalité, les gens ne raisonnent pas ainsi, et la croyance en l'efficacité des prédictions des devins fonctionne différemment.

Une situation analogue est celle des vaccins et des maladies qu'ils sont censés prévenir. S'il existe une seule personne tombée malade après avoir pris un vaccin, nul ne songera à conclure que le vaccin est inefficace. La situation s'anayse plutôt selon un modèle élémentaire de probabilités conditionnelles. On compare les probabilités d'apparition de la maladie chez les personnes vaccinées et dans la population en général. La première est une probabilité conditionnelle, c'est-à-dire qu'elle s'exprime comme « la probabilité d'être malade sachant qu'on est vacciné ». Si elle est inférieure à la seconde, on peut considérer le vaccin comme efficace. En revanche si ces deux probabilités sont égales, le vaccin n'a pas d'effet visible sur la maladie. On dit alors que les événements « être vacciné » et « être malade » sont indépendants.

Dans le cas de la relation entre une prédiction divinatoire et l'événement qu'elle est censée annoncer, on peut considèrer qu'il n'y a pas de lien de causalité réelle entre ces deux événements et qu'ils sont indépendants. Pourtant, l'anthropologue Dan Sperber a suggéré que dans ces situations, la fréquence d'apparition des phénomènes peut donner l'illusion d'une relation de dépendance entre les événements, selon un raisonnement qui se rapproche de ce qu'on appelle les « erreurs cognitives ». En effet, si l'événement est prédit et s'il se produit effectivement, les individus vont penser que la divination est efficace. Il en est de même s'il n'est pas prédit et s'il ne se produit pas effectivement. En revanche, les deux autres cas tendent à discréditer la croyance. Dans les cas où la prédiction et la réalisation de l'événement divergent, l'efficacité de la prédiction sera remise en cause. Si l'on note E_1 l'événement prédit et E_2 l'événement réel, l'ensemble des cas favorables à la croyance tel qu'il est défini par ce raisonnement constitue un événement F égal à l'union de l'intersections de E_1 et E_2 et de l'intersection de leurs complémentaires. Les événements étant indépendants, la probabilité de leur intersection s'exprime comme le produit de leurs probabilités. Il en résulte :

$$p(F) = p(E_1) \text{ x } p(E_2) + (1 - p(E_1)) \text{ x } (1 - p(E_2)).$$

L'événement F ainsi défini correspond au maintient de la croyance en l'efficacité des prédictions du devin. Il apparaît alors un phénomène qui peut expliquer pourquoi ce type de croyance perdure malgré l'existence de cas où elle est mise en défaut, c'est-à-dire où l'événement prédit par le devin ne s'est pas réalisé. En effet, si la procédure de divination est telle qu'il y a autant de chances de prédire l'événement que de ne pas le prédire, alors E_1 est équiprobable et l'on a $p(E_1) = 0,5 = 1 - p(E_1)$. La formule ci-dessus devient :

$$p(F) = 0,5 \text{ x } [p(E_2) + (1 - p(E_2))] = 0,5.$$

Cela signifie que quelle que soit la valeur de $p(E_2)$, on a alors $p(F) = 0,5$. En d'autres termes, la probabilité pour que l'événement ait réellement lieu peut prendre une valeur quelconque, c'est-à-dire être rare ou au contraire fréquent, la probabilité pour que la prédiction coïncide avec l'événement sera de 0,5. Or il se trouve que pour la plupart des questions qu'on lui adresse, le système divinatoire malgache donne autant de chances de prédire qu'un événement aura lieu que de prédire le contraire. Dans ces conditions, il peut arriver que la prédiction se révèle fausse, mais cela ne se produit pas avec une fréquence significative. Le nombre de situations où elle est fausse est approximativement égal à celui où elle est vraie. Par conséquent, il n'est pas flagrant que la divination soit inefficace et cela permet à la croyance de se transmettre.

Bibliographie

SIKIDY, divination à Madagascar :
http://ehess.modelisationsavoirs.fr/sikidy/index.html

Marc Chemillier, Fielwork in Ethnomathematics, Nick Thieberger (ed.), *The Oxford Handbook of Linguistic Fieldwork*, Oxford University Press, 2011, chapter 14, p. 317-344.

Marc Chemillier, Images de l'invisible : arts visuels et thérapies traditionnelles. De l'efficacité des techniques de guérison (à propos du livre de Michel Perrin *Voir les yeux fermés. Arts, chamanismes et thérapies*, Seuil, 2007), *L'Homme*, 192, 2009, p. 101-116, en ligne :
http://www.cairn.info/revue-l-homme-2009-4-page-101.htm

Marc Chemillier, *Les Mathématiques naturelles*, Paris, Odile Jacob, 2007.

Marc Chemillier, Mathématiques de tradition orale, *Mathématiques et sciences humaines*, n° 178, 2007 (2), p. 11-40, en ligne : http://www.ehess.fr/revue-msh/pdf/N178R1265.pdf

Marc Chemillier, Denis Jacquet, Victor Randrianary, Marc Zabalia, Aspects mathématiques et cognitifs de la divination sikidy à Madagascar, *L'Homme*, 182, 2007, p. 7-40, en ligne :
http://www.cairn.info/revue-l-homme-2007-1-page-7.htm

William J. G. Gardenier, Divination and Kinship Among the Sakalava of West Madagascar, in Conrad Phillip Kottak *et al.* (eds), *Madagascar. Society and History*, Durham, Carolina Academic Press, 1986, p. 337-351.

Daniel Kahneman, Paul Slovic & Amos Tversky (eds), *Judgment under Uncertainty. Heuristics and Biaises*, New York, Cambridge University Press, 1982.

Dan Sperber, *La Contagion des idées*, Paris, Odile Jacob, 1996 p. 71-78.