Des actions de groupe au bout du doigt

Une approche 4E de la cognition mathématique à travers les dessins sur sable du Vanuatu

Alban Da Silva

Département d'Innovation en Éducation Médicale (DIEM)
Faculté de Médecine, Université Laval

alban.da-silva@fmed.ulaval.ca

Séminaire d'Ethnomathématiques
5 février 2026

Plan de la présentation

1. Introduction
2. Le dessin sur le sable
3. Modélisation mathématique
4. Cognition : mémoire et création
5. Discussion et perspectives

Journal of Mathematical Behavior 82 (2026) 101313

Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Mathematical Behavior

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jmathb

Group actions at the fingertip: A 4E approach to mathematical cognition in Vanuatu sand drawing

Alban Da Silva

Department of Innovation in Medical Education, Faculty of Medicine, Laval University, 2325 Rue de l'Université, Québec, QC G1V 0A6, Canada

(Da Silva, 2026)

Objectifs de l'article

Programme de recherche sur la cognition mathématiques : Núñez et Lakoff (2000)

1. Quels mécanismes du cerveau/de l'esprit permettent de formuler des idées mathématiques ?
2. Les mathématiques ne sont-elles qu'un produit de cerveau/de l'esprit ?

Actuellement, les recherches sur la cognition mathématique :

- Restent relativement centrées sur la cognition numérique, quelques travaux récents sur la géométrie euclidienne (Izard et al., 2022)

Objectifs de l'article

Programme de recherche sur la cognition mathématiques : Núñez et Lakoff (2000)

1. Quels mécanismes du cerveau/de l'esprit permettent de formuler des idées mathématiques ?
2. Les mathématiques ne sont-elles qu'un produit de cerveau/de l'esprit ?

Actuellement, les recherches sur la cognition mathématique :

- Restent relativement centrées sur la cognition numérique, quelques travaux récents sur la géométrie euclidienne (Izard et al., 2022)
- Restent principalement menées dans les contextes du Nord Global. Quelques travaux impliquent d'autres contextes (Munduruku/Aborigènes) mais avec une préconception occidentale du nombre

Objectifs de l'article

Programme de recherche sur la cognition mathématiques : Núñez et Lakoff (2000)

1. Quels mécanismes du cerveau/de l'esprit permettent de formuler des idées mathématiques ?
2. Les mathématiques ne sont-elles qu'un produit de cerveau/de l'esprit ?

Actuellement, les recherches sur la cognition mathématique :

- Restent relativement centrées sur la cognition numérique, quelques travaux récents sur la géométrie euclidienne (Izard et al., 2022)
- Restent principalement menées dans les contextes du Nord Global. Quelques travaux impliquent d'autres contextes (Munduruku/Aborigènes) mais avec une préconception occidentale du nombre
- Sont principalement menées selon une perspective classique de la cognition (les mathématiques comme une manipulation de représentations internes).

Objectifs de l'article

Trois axes d'investigation pour élargir les perspectives :

- Place des ethnomathématiques ?

Objectifs de l'article

Trois axes d'investigation pour élargir les perspectives :

- Place des ethnomathématiques ?
- Au delà de la cognition numérique ?

Objectifs de l'article

Trois axes d'investigation pour élargir les perspectives :

- Place des ethnomathématiques ?
- Au delà de la cognition numérique ?
- Tenir compte du « tournant écologique » en sciences cognitives ?

Première exemple : Le dessin *Vatu*

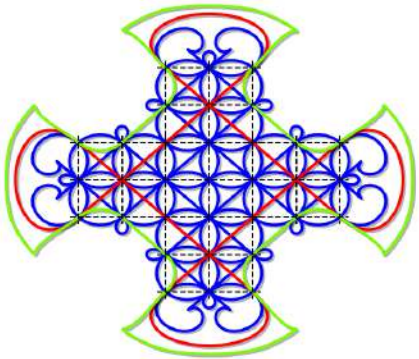
Vatu (“îlot rocheux”) – Dessinateur inconnu, 2008

https://vimeo.com/1159365920

Récit associé :

« C’est un îlot rocheux qui a été bombardé pendant la Seconde Guerre mondiale. Un avion l’a survolé, a largué une bombe, et l’a cassé en quatre morceaux. »

Deuxième exemple : Le dessin *Vata Vwaga*



Vata Vwaga (« le rocher de la pirogue »)

https://vimeo.com/581374472

Récit associé :

« Deux pêcheurs ont vu leur bateau s'écraser sur un rocher. Ils ont survécu en flottant sur le dos (leurs corps formant une croix) et ont dérivé jusqu'à leur village ». Les multiples étapes du récit (crash du bateau, position des corps et retour au village) se reflètent dans les multiples couches du dessin (en bleu, rouge et vert, respectivement).

Contexte géographique et culturel

Contexte géographique et culturel

Le Vanuatu :

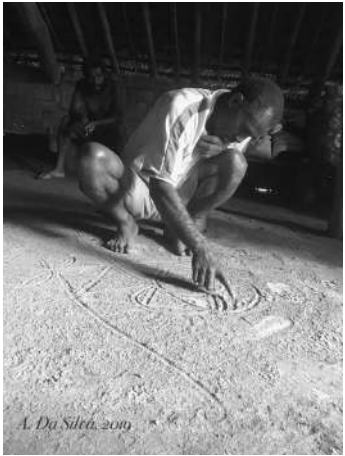
- Archipel de 83 îles (600+ km)
- 138 langues vernaculaires
- Population ≈ 315 000 habitants

Zone d'étude : Île de Pentecôte (Nord), Société *Sia Raga* — 6000 locuteurs

Patrimoine UNESCO (2008)

« De nos jours, la pratique des dessins sur le sable est reconnue comme un art graphique traditionnel comportant dans les sociétés concernées une dimension mnémotechnique impliquée dans la remémoration de connaissances rituelles, mythologiques, et/ou environnementales, considérées comme faisant partie de la Kastom ». (Vandendriessche and Da Silva, 2022)

Travail avec les praticiens



- Environ 80 dessins collectés
- $N = 5$ dessinateurs « experts ».

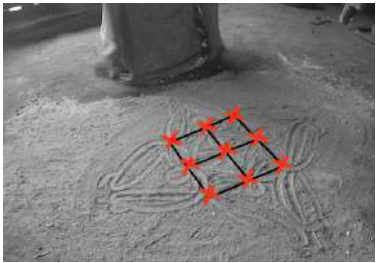
Principes du dessin sur sable

Étape 1 : La grille

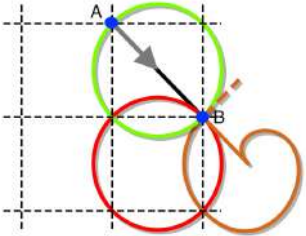
Étape 2 : Le tracé (7 règles)

1. **Continuité** : Le doigt ne se lève pas
2. **Nœuds** : Intersection uniquement aux nœuds
3. **Diagonales** : Tangente à $45°$ou -45 °
4. **Pas de changement de direction** aux nœuds
5. **Pas de répétition** sur un segment
6. **Retour au point de départ**
7. **Symétrie** ($>90\%$ des cas)

Les règles illustrées

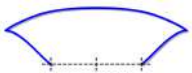


Règle 3 : Directions diagonales (en rouge)



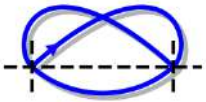
Règle 4 : Pas de changement de direction (vert interdit)

Vocabulaire vernaculaire des motifs

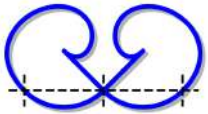
Nom / Traduction	Mouvement	Illustration
Gabau – aile	$(0, 1, -i)$	
Bul taiwage – joindre	$(1, 0, -i)$	
Gagaravwe – nœud	$(0, 0, -i)$	
Huri – suivre	$(1, 0, -i)^4$	

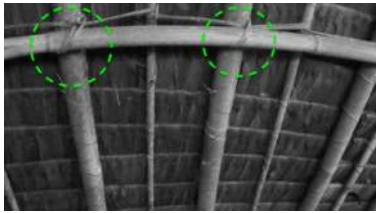
Vocabulaire vernaculaire (suite)

Gai Balasi – marque d'interdiction



Livon gahi – dents de fourmi



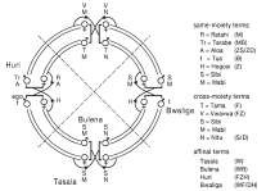


Gagaravwe : nœuds de lianes pour la structure du toit

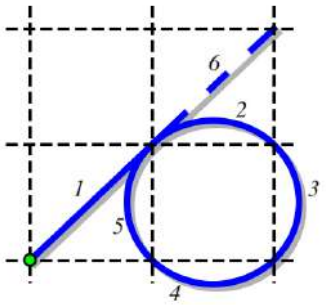
Le terme polysémique “Huri”

Significations multiples :

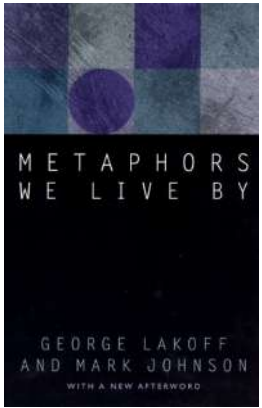
- Verbe : “suivre”, “participer”
- Forme : “cercle”
- Parenté : “mari de la sœur de mon père”



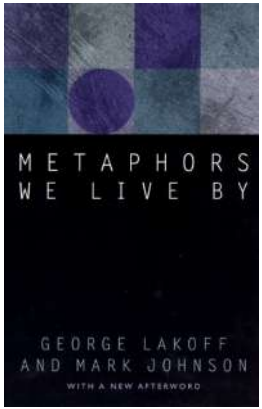
Représentations circulaires de la terminologie des relations de parenté Sia Raga et le rôle pivot de *Huri* pour *ego* (Taylor, 2008, p.118) .



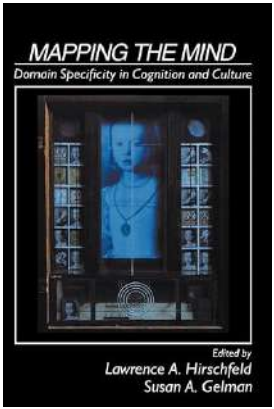
L’action *huri* permet de continuer le chemin



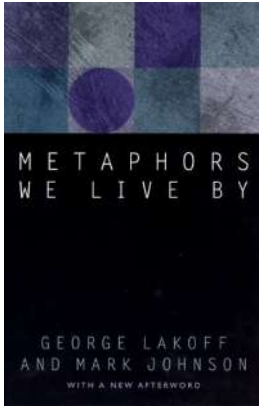
(Lakoff and Johnson, 2008)



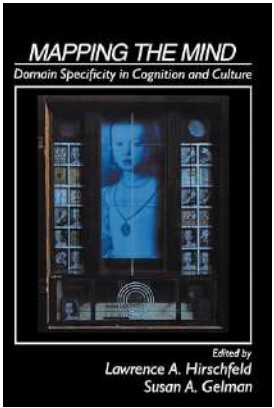
(Lakoff and Johnson, 2008)



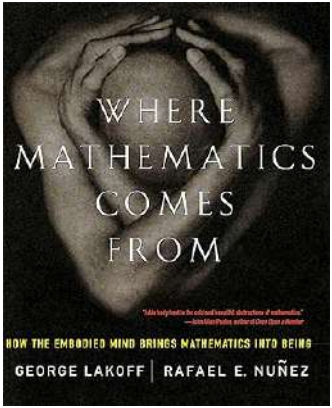
(Carey and Spelke, 1994)
Chap 7 : Domain-specific knowledge and conceptual change



(Lakoff and Johnson, 2008)



(Carey and Spelke, 1994)
Chap 7 : Domain-specific knowledge and conceptual change

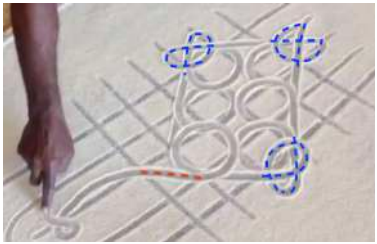


(Lakoff and Núñez, 2000)

Un vocabulaire insensible à l'orientation

Observation clé 1

Le vocabulaire est **invariant à l'orientation**.



Gai Balasi trois fois – même nom quelle que soit l'orientation

Position du praticien face au dessin

Mataisaoga – Festival d'Ambrym (2008)

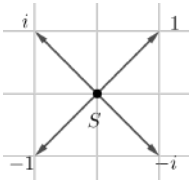
Ngavulu – Nord Pentecôte (2019)

Observation clé 2

Le praticien reste **toujours face au dessin**.

L'espace de travail du dessinateur

Repère cartésien fixe $(\vec{i}, \vec{j})$



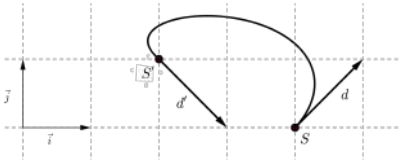
Les 4 directions : $1, i, -1, -i$

Ensemble X
« espace de travail du dessinateur »

Nœuds : $S \in \mathbb{Z}[i]$
Directions : $d \in \{1, i, -1, -i\}$

$$X = \mathbb{Z}[i] \times \{1, i, -1, -i\}$$

Le groupe des mouvements G

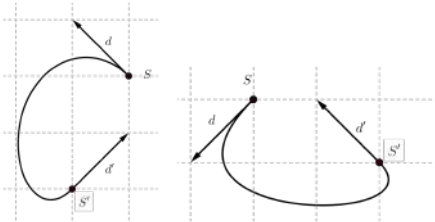


Le mouvement $m = (-2, 1, -i)$

Relations :

$$d' = \boxed{-i} \cdot d$$

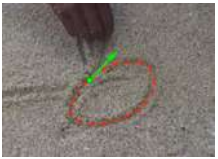
$$S' = S + (\boxed{-2} + \boxed{1} \cdot i) \cdot d$$



Cette relation reste valable dans les autres positions

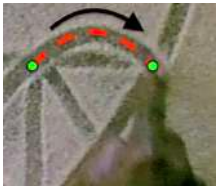
Exemples de mouvements

Identité $(0, 0, 1)$

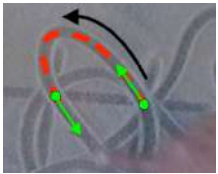


Identité

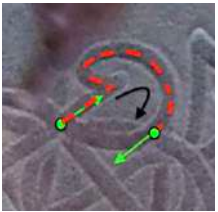
$(0, 0, -1)$



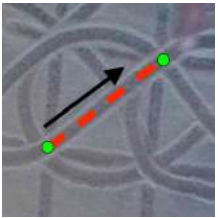
$(1, 0, -i)$



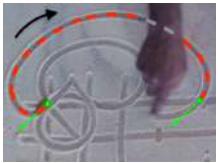
$(0, 1, -1)$



$(1, 0, -1)$



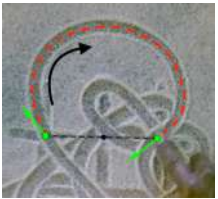
$(1, 1, 1)$ ligne



$(-3, 0, 1)$

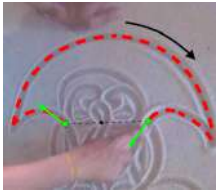
Exemples de mouvements (suite)

$(0, 2, i)$

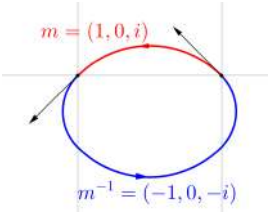


$(0, -2, i)$

$(0, -2, -i)$



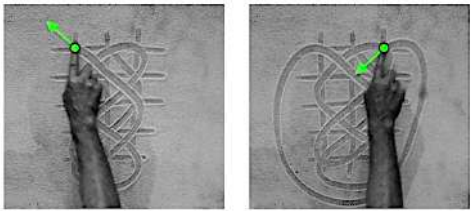
$(0, -2, -i)$



Propriétés du groupe :

- Neutre : $e = (0, 0, 1)$
- Inverse : $m^{-1} = (-\frac{\alpha}{\gamma}, -\frac{\beta}{\gamma}, \frac{1}{\gamma})$
- Non-commutatif

Action du groupe G sur X



Action du doigt : $(S, d) \to (S', d')$

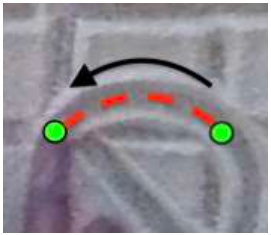
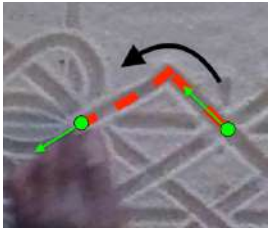
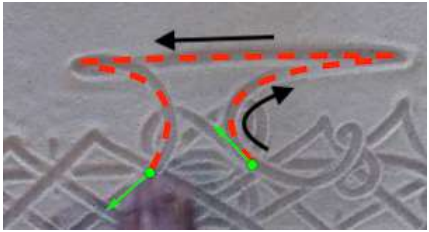
Une action de groupe (mathématique)

Le groupe G **agit** sur l'ensemble X.

Un groupe en action (cognitif)

L'action mathématique émerge de l'action incarnée

Représentants d'un même mouvement

Représentants du même mouvement $(0, 1, i)$

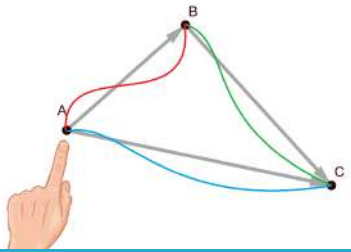
Analogie vectorielle

La courbe représente le mouvement comme une flèche représente un vecteur.

Action motrice et action mathématique

Core knowledge

Les humains sont pourvues d'un système de connaissance leur permettant d'évaluer des formes géométriques par action du groupe euclidien (translations, rotations) (Izard et al., 2022)

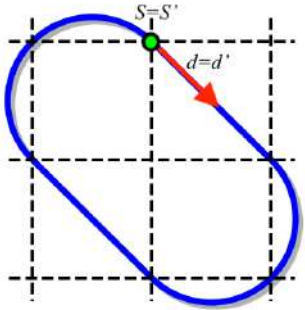


On « sait » nativement que déplacer un objet de A à B puis de B à C est :

- Équivalent à déplacer de A à C (vecteur $\overrightarrow{AC}$)
- Est une opération réversible (C à A)

C'est une connaissance innée d'action de groupe, dont le DSS serait un nouvel exemple.

Mots, motifs et cycles



Un cycle

un séquence de mouvement fermé, retour dans la même direction

Théorème fondamental

Théorème

Tout dessin sur sable peut être décomposé en une union disjointe de cycles.

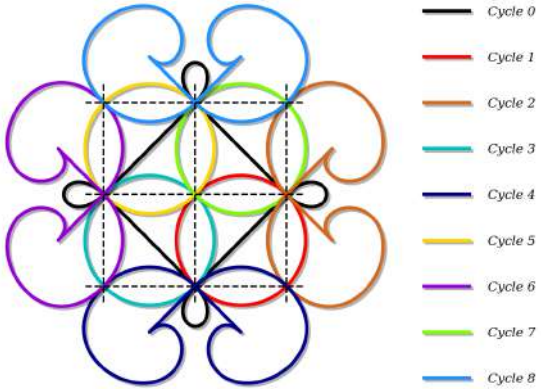
Conséquences :

1. Les cycles sont les **"briques élémentaires"**
2. Il existe **plusieurs méthodes** pour tracer un même dessin
3. Possibilité de **créer** ou **réapproprier** des dessins

Note technique

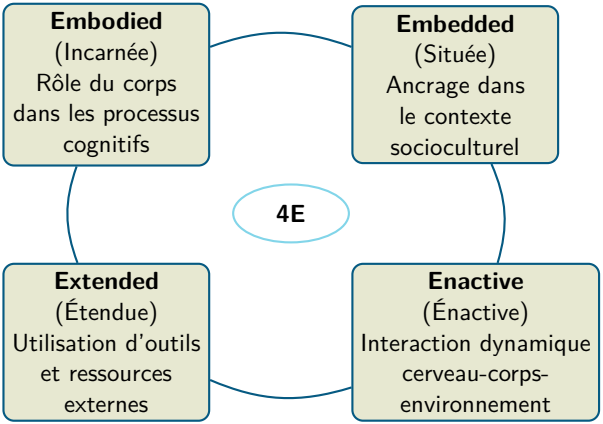
Basé sur le théorème de Euler-Veblen (graphes eulériens).
Trouver toutes les décompositions = problème NP-complet.

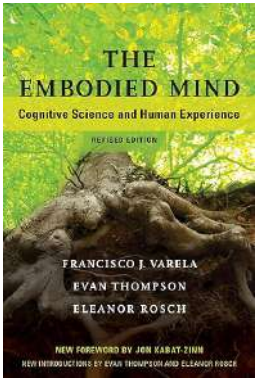
Exemple : le dessin *Vatu*



Décomposition en 9 cycles

Le cadre 4E de la cognition





(Varela et al., 2017)

Le dessin sur sable dans le cadre 4E

Embodied

Performance corporelle, vocabulaire d'action

Embedded

Contexte Sia Raga, mythes, rituels, ontologies

Extended

Les dessins sur le sable comme externalisation cognitive

Enactive

Couplage praticien-sol : règles émergentes (sable comme affordance), l'action de groupe

Ancrage cognitif des cycles : les dents de cochon

Défense de cochon en spirale

Une défense de cochon formant une spirale complète est appelé *livoala*, dérivé de *alo* (soleil), qui signifie aussi « faire le tour », « encercler » ou « circuler » (Taylor, 2008)

- « Ancre matérielle » (Hutchins, 2005) : rôle stabilisateur des dents de cochons pour le concept de cycle.

Ancrage cognitif des cycles : les dents de cochon

Défense de cochon en spirale

Une défense de cochon formant une spirale complète est appelé *livoala*, dérivé de *alo* (soleil), qui signifie aussi « faire le tour », « encercler » ou « circuler » (Taylor, 2008)

- « Ancre matérielle » (Hutchins, 2005) : rôle stabilisateur des dents de cochons pour le concept de cycle.
- Cognition étendue : le concept de cycle est ancré dans la forme des dents de cochon.

Ancrage cognitif des cycles : les dents de cochon

Défense de cochon en spirale

Une défense de cochon formant une spirale complète est appelé *livoala*, dérivé de *alo* (soleil), qui signifie aussi « faire le tour », « encercler » ou « circuler » (Taylor, 2008)

- « Ancre matérielle » (Hutchins, 2005) : rôle stabilisateur des dents de cochons pour le concept de cycle.
- Cognition étendue : le concept de cycle est ancré dans la forme des dents de cochon.
- Approche utilisée en anthropologie cognitive dans l'étude de la divination Maya (McGraw, 2016)

Savoir tacite et connaissance incarnée

Les dimensions non-verbales du DSS

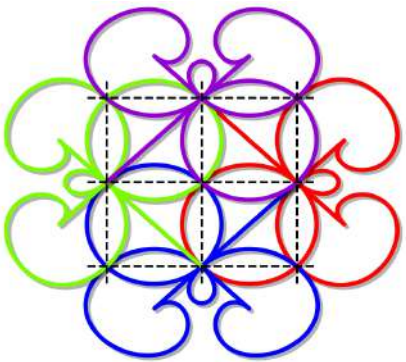
- Pauses ;
- Hésitations dans les mouvements des doigts ;
- Surprise des praticiens ;
- .... (futurs recherches)

La connaissance des dessins de sable n'est pas toujours explicitement verbalisée pour être transmise

Savoir tacite (Bloch)

Connaissance *non exprimable sous forme verbale/logique*, mais ancrée dans la pratique contextuelle et culturelle. (Bloch, 2018, p.13-14)

Mémoire : le dessin *Vatu*



M^4

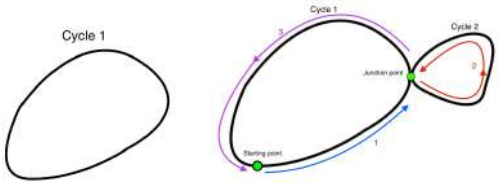
Récit associé

"Un îlot rocheux bombardé cassé en **quatre morceaux**."

Affordance (Gibson, 2014) : le récit

Externalisation de la mémoire

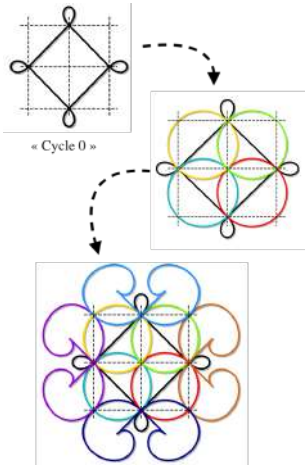
Création : l'opération de greffe



Processus :

1. Parcourir cycle 1 jusqu'au point de jonction
2. Bifurquer sur cycle 2
3. Revenir au point de jonction
4. Reprendre cycle 1

Reconstruction de *Vatu*



Processus de création

- **Cycle 0** : armature
- **Cycles 1-4** : 4 *huri* greffés
- **Cycles 5-8** : 4 *Livon gahi*

La place du modèle ?

Représentation du chercheur	**Représentation autochtone**
Plan cartésien $\mathbb{Z}[i]$	Grille tracée au sol
Ensemble $\mathbb{Z}[i] \times \{1, i, -1, -i\}$	Règle 3 (“direction à direction”)
Groupe G	Règles 2 et 3 combinées
Structure de groupe	Motifs avec nom vernaculaire
Cycles (stabilisateurs)	Ontologie cyclique Raga
Factorisation M^p	Récits à p étapes
Action de G sur X	Action du doigt sur la grille

Représentations externes

Définition (perspective 4E)

Une représentation n'est pas une construction purement interne, mais une propriété émergente du système dynamique comprenant les agents incarnés, leurs outils externes, leur environnement et leurs contextes socioculturels.

Fonctions cognitives

- Pas seulement des aides-mémoire
- Ressources cognitives actives qui augmentent la puissance cognitive (Kirsh, 2010)
- Permettent le partage d'un foyer commun d'attention

Formes diverses

- Objets tangibles (défenses de cochon)
- Symboles écrits (Mesquita, 1998 ; Goldin and Shteingold, 2001)
- Structures environnementales (la façon dont des fruits s'enroulent autours d'un arbre)

Perspectives de recherche : cadre énactif

Le tracé en train de se faire : un processus énactif ?

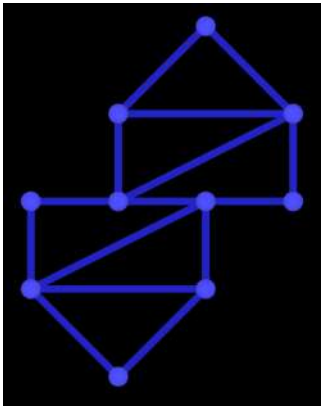
L'expert ne possède pas une représentation mentale préalable du motif complet. C'est en dessinant qu'il reconnaît des configurations qui suggèrent la suite du tracé.

Joueur d'échecs expert	**Dessinateur *Sia Raga***
Reconnaît des configurations de pièces	Reconnaît des configurations de lignes
Patterns suggèrent des coups	Patterns suggèrent des mouvements
Expertise = bibliothèque de chunks perceptifs	Expertise = répertoire de schèmes moteurs
Le coup révèle de nouvelles possibilités	Le tracé révèle de nouvelles symétries

Perspectives éducatives

Mathématiques en mouvement :

- Cognition incarnée en éducation
- "Graspable Math" (Abrahamson et al., 2020)
- Rubik's cube pour groupes
- Activité type « One-Touch-Drawing"



Chemin eulérien

Références I

Abrahamson, D., Nathan, M. J., Williams-Pierce, C., Walkington, C., Ottmar, E. R., Soto, H., and Alibali, M. W. (2020). The future of embodied design for mathematics teaching and learning. *Frontiers in Education*, 5(147):1–29.

Bloch, M. (2018). *How we think they think : Anthropological approaches to cognition, memory, and literacy*. Routledge, 2nd edition.

Carey, S. and Spelke, E. (1994). Domain-specific knowledge and conceptual change. *Mapping the mind : Domain specificity in cognition and culture*, 169 :200.

Da Silva, A. (2026). Group actions at the fingertip : A 4E approach to mathematical cognition in Vanuatu sand drawing. *The Journal of Mathematical Behavior*, 82(101313).

Gibson, J. J. (2014). The theory of affordances :(1979). In *The people, place, and space reader*, pages 56–60. Routledge.

Références II

Goldin, G. and Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. *The roles of representation in school mathematics*, 2001 :1–23.

Hutchins, E. (2005). Material anchors for conceptual blends. *Journal of pragmatics*, 37(10):1555–1577.

Izard, V., Pica, P., and Spelke, E. S. (2022). Visual foundations of Euclidean geometry. *Cognitive Psychology*, 136 :101494.

Kirsh, D. (2010). Thinking with external representations. *AI & society*, 25(4):441–454.

Lakoff, G. and Johnson, M. (2008). *Metaphors we live by*. University of Chicago press.

Lakoff, G. and Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from*, volume 6. New York : Basic Books.

Références III

McGraw, J. J. (2016). Maya divination : ritual techniques of distributed cognition. *Journal of cognition and culture*, 16(3-4):177–198.

Mesquita, A. L. (1998). On conceptual obstacles linked with external representation in geometry. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(2):183–195.

Taylor, J. P. (2008). *The other side : Ways of being and place in Vanuatu*, volume 22. University of Hawaii Press.

Vandendriessche, E. and Da Silva, A. (2022). Les dessins sur le sable du nord de l'île d'Ambrym (Vanuatu) : une étude ethnomathématique. *Ethnographiques.org*, (43).

Varela, F. J., Thompson, E., and Rosch, E. (2017). *The embodied mind, revised edition : Cognitive science and human experience*. MIT press.